

Министарство просвете и спорта Републике Србије  
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

19.02.2005.

Трећи разред – Б категорија

1. Доказати да ни за која три вектора  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  не могу истовремено да важе следеће три неједнакости:

$$\sqrt{3} \cdot |\vec{a}| < |\vec{b} - \vec{c}|, \quad \sqrt{3} \cdot |\vec{b}| < |\vec{c} - \vec{a}|, \quad \sqrt{3} \cdot |\vec{c}| < |\vec{a} - \vec{b}|.$$

2. У зависности од реалних параметара  $\alpha$  и  $\beta$  решити систем

$$\begin{aligned} x + y + \beta z &= \alpha + 2\beta \\ x + \alpha y + z &= \alpha^2 + \beta + 1 \\ x + y + 2\beta z &= \alpha + 3\beta \end{aligned} .$$

3. Нека су  $a, b, c$  странице произвољног троугла и  $\alpha, \beta$  углови насупрам страница  $a$  и  $b$ . Доказати да важи

$$a \cos \alpha + b \cos \beta \leq c.$$

4. Који је од бројева

$$2^{\sqrt{\log_2 2004}} \quad \text{и} \quad 2004^{\sqrt{\log_{2004} 2}}$$

већи? (Образложити одговор!)

5. Раван ромба  $ABCD$  и раван правоуглог трапеза  $DCEF$  су међусобно нормалне ( $DC \perp DF$ ,  $DC \parallel EF$ ,  $DC > EF$ ) и важи  $\cos \angle BCE = \frac{1}{3}$ ,  $\frac{DF}{CE} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Наћи однос странице ромба и полупречника уписаног круга ромба.

Време за рад 180 минута.  
Задатке детаљно образложити.