

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

19.02.2005.

Други разред – А категорија

1. У конвексном четвороуглу $ABCD$ тачка O је пресек дијагонала. Нека су E, F и G редом пројекције тачака B, C и O на AD . Доказати да је површина четвороугла $ABCD$ једнака

$$\frac{AD \cdot BE \cdot CF}{2OG}.$$

2. Решити неједначину

$$\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+2} \geq 3 + \sqrt{x+6}.$$

3. Нека су x и y реални бројеви, такви да је $x^2 + y^2 \leq 25$. Одредити највећу и најмању вредност израза

$$x^2 + y^2 + 12x - 16y.$$

4. Који је од бројева

$$2^{\sqrt{\log_2 2004}} \quad \text{и} \quad 2004^{\sqrt{\log_{2004} 2}}$$

већи? (Образложити одговор!)

5. Дат је низ природних бројева

$$1 = x_1 < x_2 < \dots < x_n < \dots$$

са особином да је $x_{n+1} \leq 2n$ за свако $n \in \mathbb{N}$.

Да ли постоје индекси i и j такви да је $x_i - x_j = 2005$?

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.