

Министарство просвете и спорта Републике Србије  
Друштво математичара Србије

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

27.03.2004.

Трећи разред – Б категорија

1. Који је од бројева  $2^{\sqrt{\log_2 2004}}$  и  $2004^{\sqrt{\log_{2004} 2}}$  већи?
2. Наћи висину правилне четворостране пирамиде ако је запремина лопте описане око пирамиде једнака  $V$ , а нормала, конструисана из центра те лопте на бочну страну, образује са висином пирамиде угао  $\alpha$ .
3. Нека је  $O$  средиште описаног круга једнакокраког тоугла  $\triangle ABC$ . Ако је  $AB = AC = b$  и  $\sphericalangle BAC = \alpha$  ( $\alpha \neq 120^\circ$ ). Наћи дужину дужи  $BD$ , при чему је  $D$  пресечна тачка правих  $BO$  и  $AC$ .
4. Доказати да за све  $\alpha$  и  $\beta \neq k\frac{\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ) важи неједнакост
$$\frac{\cos^4 \alpha}{\sin^2 \beta} + \frac{\sin^4 \alpha}{\cos^2 \beta} \geq 1.$$
Када важи једнакост?
5. У зависности од реалног параметра  $a$  решити систем једначина:
$$\begin{aligned}x + y - z &= 1 \\2x + 3y + az &= 3 \\x + ay + 3z &= 2.\end{aligned}$$

Време за рад 240 минута.  
Задатке детаљно образложити.