

Министарство просвете и спорта Републике Србије  
Друштво математичара Србије

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

27.03.2004.

Први разред – А категорија

1. Нека је  $ABCD$  траpez код кога је  $AB \parallel CD$  и  $P$  тачка на продужетку дијагонале  $AC$  тако да је  $C$  између  $A$  и  $P$ . Ако су  $X$  и  $Y$  средишта основица  $AB$  и  $CD$ , а  $M$  и  $N$  пресечне тачке правих  $PX$  и  $PY$  са дужима  $BC$  и  $DA$ , редом, доказати да је права  $MN$  паралелна основицама трапеза.
2. У једнакоstrаничном троуглу  $\triangle ABC$  је  $|AB| = 2$ . Нека су  $M$  и  $N$  унутрашње тачке странице  $AB$  такве да је  $|MN| = 1$ . Доказати да је  $\angle MCN > 30^\circ$ .
3. Колико има тројки природних бројева  $(a, b, c)$  таквих да је  $2a + 1$  дељиво са  $b$ ,  $2b + 1$  дељиво са  $c$ , и  $2c + 1$  дељиво са  $a$ ?
4. Шаховска табла димензија  $2004 \times 2004$  је поплочана доминама димензија  $1 \times 4$ . Може ли број хоризонталних домина да буде једнак броју вертикалних домина?
5. Колико има природних бројева  $n$ ,  $10 \leq n < 100000$ , дељивих са 4 у чијем се декадном запису не појављује цифра 0 и никоје две суседне цифре нису једнаке?

Време за рад 240 минута.  
Задатке детаљно образложити.