

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

28.02.2004.

Први разред – Б категорија

1. Доказати да је $n^n - n$ дељиво са 24 за све непарне природне бројеве n .
2. Нека је S пресек, међусобно управних, дијагонала AC и BD конвексног и тетивног четвороугла $ABCD$. Доказати да нормала из тачке S на праву BC полови дуж AD .
3. У троуглу $\triangle ABC$ за унутрашње углове важи $\alpha - \beta = 2\gamma$.
 - а) Доказати да је угао α туп.
 - б) На правој AB , иза тачке A у односу на тачку B , је дата тачка E таква да је $EC = AC$. Доказати да је CA симетрала угла $\sphericalangle ECB$.
4. Нека је дато пресликавање $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, тако да за све $x \in \mathbb{R}$ важи $f(x) + 2f(1 - x) = x$. Одредити $f(x)$.
5. У једној групи људи се налазе три Италијана, четири Француза и пет Шпанаца. На колико различитих начина се сви ови људи могу поређати у низ тако да сви Французи буду један поред другог, сви Шпанци један поред другог и никоја два Италијана не буду један до другог?

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.