

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
29.03.2003.

Први разред – Б категорија

1. Доказати да за све реалне x и y важи

$$x^2 + 2xy + 3y^2 + 2x + 6y + 4 \geq 1.$$

Када важи једнакост?

2. Наћи најмањи природан број који је четири пута мањи од броја написаног истим цифрама, али у обрнутом поретку.
3. Свако од 20 људи шаље некој десеторици од осталих по једно писмо. Доказати да постоје две особе које су једна другој послале писмо.
4. Ако су x, y, z, u природни бројеви већи од 1, такви да важи $xy = zu$, доказати да је број

$$\frac{(x+z)(x+u)(y+z)(y+u)}{(x+y+z+u)^2}$$

сложен природан број.

5. Дат је полукруг над пречником AB и на њему тачке C и D тако да је $\angle CSD$ прав, где је S средиште дужи AB . Нека је E пресек правих AC и BD , а F пресек правих AD и BC . Доказати да је $EF \perp AB$ и $EF = AB$.

Време за рад 240 минута.
Задатке детаљно образложити.