

Министарство просвете и спорта Републике Србије  
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

01.03.2003.

Први разред – Б категорија

1. Нека је  $n$  природан број. Доказати да је број  $8n^3 - 12n^2 + 6n + 63$  сложен.
2. Нека је четвороугао  $ABCD$  и тетивни и тангентни. Ако је разлика страница  $AD$  и  $BC$  једнака разлици страница  $AB$  и  $CD$ , доказати да је  $AC$  пречник круга описаног око четвороугла  $ABCD$ .
3. Нека су  $m$  и  $n$  узајамно прости природни бројеви. Познато је да се разломак  $\frac{3n - m}{5n + 2m}$  може скратити неким природним бројем. Наћи број којим се овај разломак може скратити.
4. Доказати да функција  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , за коју важи  $f(x^2) - (f(x))^2 \geq \frac{1}{4}$  за свако  $x \in \mathbb{R}$  није инјективна (тј. постоје  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ,  $x_1 \neq x_2$  такви да  $f(x_1) = f(x_2)$ ).
5. У равни су дата два скупа паралелних правих  $a_1, a_2, \dots, a_{13}$  и  $b_1, b_2, \dots, b_7$ . Праве првог скупа секу праве другог скупа. Колико је паралелограма одређено овим правима?

Време за рад 180 минута.  
Задатке детаљно образложити.