

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

01.03.2003.

Четврти разред – А категорија

1. У скупу комплексних бројева решити систем :

$$x^4 + 6x^2y^2 + y^4 = 5$$

$$x^3y + xy^3 = 1.$$

2. Доказати да за сваки природан број n важи

$$(2n + 1)^n \geq (2n)^n + (2n - 1)^n.$$

3. Нека је $a_1 = a_2 = 1$ и $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ за свако $n \in \mathbb{N}$. Доказати да су за свако $k, n \in \mathbb{N}$ бројеви $ka_{n+2} + a_n$ и $ka_{n+3} + a_{n+1}$ узајамно прости.
4. Нека је $n \in \mathbb{N}$ и нека је P полином са целобројним коефицијентима, такав да је $0 < |P(i)| < n$ за $i = 1, \dots, n$. Доказати да полином P нема целобројну нулу.
5. Наћи највећу могућу запремину правилне четворостране пирамиде, бочне ивице 1.

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.