

Министарство просвете и спорта Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

01.03.2003.

Први разред – А категорија

1. Нека је k природан број. Доказати да број $2^{2k-1} + 2^k + 1$ није дељив са 7.

2. У скупу целих бројева решити једначину

$$2m^2 + n^2 = 2mn + 3n.$$

3. Доказати да за свако $n \geq 2$ постоји n различитих природних бројева, таквих да је збир њихових квадрата квадрат природног броја.

4. Нека су t_a и t_b тежишне дужи, које одговарају страницама BC и CA троугла ABC , а P његова површина. Доказати да важи

$$t_a \cdot t_b \geq \frac{3}{2}P.$$

Када важи једнакост?

5. У равни су дате две тачке и права. Конструисати троугао ABC , код кога су те две тачке средишта страница BC и CA , а висина из темена A припада датој правој.

Време за рад 180 минута.
Задатке детаљно образложити.