

Друштво математичара Србије
РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

30.03.2002.

Трећи разред – А категорија

1. Наћи све природне бројеве n за које је број $2^n - 1$ дељив са n .
2. Дати су комплексни бројеви a, b, c и полином $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Доказати да важи бар једна од следеће четири неједнакости:

$$|P(1)| \geq 1, \quad |P(-1)| \geq 1, \quad |P(i)| \geq 1, \quad |P(-i)| \geq 1.$$

3. Дат је тетраедар $SABC$ код кога је троугао ABC оштроугли и $SA = SB = SC$. Доказати да се тај тетраедар може исећи на коначно много полиедара од којих се може сложити тетраедар подударан са $SABC$, али супротне оријентације.
4. Доказати да постоји природан број n коме су последње четири цифре једнаке 2002, такав да n^{2002} почиње цифрама 2002.
5. Дати су природни бројеви m, n . Правоугаоник чије су странице једнаке m и n издељен је на mn јединичних квадратних поља. За неку праву кажемо да сече неко поље ако садржи бар једну његову унутрашњу тачку. Колико највише поља овог правоугаоника може да сече нека права?

Време за рад 240 минута.