

Друштво математичара Србије  
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

02.03.2002.

Први разред – Б категорија

1. Одредити све природне бројеве  $n$  за које је број

$$(n-1)^3 + n^3 + (n+1)^3$$

дељив са 18.

2. Познато је да је

$$28! = 30488a344611713860501504b00000.$$

Одредити цифре  $a$  и  $b$ .

3. У троуглу  $ABC$  код кога је  $\sphericalangle BCA \neq 90^\circ$ ,  $A'$ ,  $B'$  су подножја висина из тачака  $A$ ,  $B$  редом, а  $O$  је центар описаног круга. Одредити угао под којим се секу праве  $A'B'$  и  $OC$ .

4. Четвороугао  $ABCD$  је конвексан и тангентан. Ако је  $O$  центар круга уписаног у тај четвороугао, одредити збир  $\sphericalangle AOB + \sphericalangle COD$ .

5. На одбојкашком турниру учествовало је 10 екипа. Свака од њих је одиграла по једну утакмицу са сваком од преосталих екипа. На крају турнира прва екипа је имала  $x_1$  победа и  $y_1$  пораза, друга  $x_2$  победа и  $y_2$  пораза, ..., десета је имала  $x_{10}$  победа и  $y_{10}$  пораза. Доказати да је

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{10}^2.$$

(У одбојци нема нерешеног резултата - свака утакмица се завршава победом једне од екипа.)

Време за рад 180 минута.