

Друштво математичара Србије
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

02.03.2002.

Трећи разред – Б категорија

1. У равни су дати кругови $k_1(O_1, r_1)$, $k_2(O_2, r_2)$, $k_3(O_3, r_3)$ тако да сваки од њих споља додирује преостала два. Израчунати полупречник круга описаног око троугла $O_1O_2O_3$.

2. Решити једначину

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \sin x + \cos x.$$

3. Нека су $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ некопланарни вектори у \mathbb{R}^3 , и α, β, γ реални бројеви. Доказати да су вектори

$$\beta\vec{c} - \gamma\vec{b}, \quad \gamma\vec{a} - \alpha\vec{c}, \quad \alpha\vec{b} - \beta\vec{a}$$

компланарни.

4. Решити неједначину

$$4^{x - \frac{5}{2} + \sqrt{x^2 - 4}} + 2^{2x - 6 + 2\sqrt{x^2 - 4}} \geq 3^{x - 3 + \sqrt{x^2 - 4}} + 3^{x - 2 + \sqrt{x^2 - 4}}.$$

5. Дат је правоугли троугао са катетама a и b за које важи

$$a > b \quad \text{и} \quad \log \frac{a - b}{2} = \frac{1}{2}(\log a + \log b - \log 2).$$

Израчунати оштре углове тог троугла.

Време за рад 180 минута.