

Друштво математичара Србије
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

02.03.2002.

Други разред – Б категорија

1. Одредити све вредности d за које постоје узајамно прости природни бројеви a и b тако да је d једнак највећем заједничком делиоцу бројева $a + b$ и $a^2 + b^2$.

2. Дат је троугао ABC код кога је $|AB| = c$, $|AC| = b$, $\sphericalangle CAB = 60^\circ$. У тај троугао је уписан паралелограм $AMNP$ такав да темена M , N , P припадају страницама AB , BC , AC редом. Наћи максималну могућу површину таквог паралелограма.

3. Решити једначину

$$\sqrt[5]{x + 27} + \sqrt[5]{6 - x} = 3$$

у скупу реалних бројева.

4. Над страницама конвексног четвороугла као над пречницима конструисана су четири круга. Доказати да ти кругови прекривају четвороугао.

5. Доказати да број

$$5^{2n} \cdot 7^{2n+1} \cdot 11^{2n} + 25^n \cdot 7^{2n} \cdot 11^{2n+1} - 5^{2n+1} \cdot 49^n \cdot 121^n$$

није потпун квадрат ни за један природан број n .

Време за рад 180 минута.