

Друштво математичара Србије
РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

24.03.2001.

Трећи разред – Б категорија

1. Доказати да је

$$-\frac{1}{2} \leq \frac{(x+y)(1-xy)}{(1+x^2)(1+y^2)} \leq \frac{1}{2}$$

за све реалне бројеве x и y .

2. Странице троугла су три узастопна природна броја, а један од углова троугла је два пута већи од једног од преостала два угла. Одредити дужине страница тог троугла.

3. Доказати да је мерни број површине нормалне пројекције јединичне коцке на произвољну раван α једнак мерном броју дужине нормалне пројекције те коцке на праву n нормалну на α .

4. Ако су a, b, c дужине страница троугла, доказати да је трином

$$ax^2 + (b - c - a)x + c$$

позитиван за све реалне бројеве x .

5. Нека су a, b, c међу собом различити реални бројеви, различити од нуле. Доказати да је вредност детерминанте

$$\begin{vmatrix} \frac{a}{b} & \frac{b}{c} & \frac{c}{a} \\ a & b & c \\ ab & bc & ca \end{vmatrix}$$

различита од нуле.

Време за рад 240 минута.