

Друштво математичара Србије  
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

24.02.2001.

Први разред – Б категорија

1. Наћи све парове  $(x, y)$  целих бројева за које важи  $(x + y + 2)^2 = 3(xy + 1)$ .
2. Дат је једнакокраки трапез  $ABCD$ ,  $AB \parallel CD$ . Ако је  $E$  пресек његових дијагонала, а  $O$  центар круга описаног око трапеза  $ABCD$ , доказати да тачка  $E$  припада кругу описаном око троугла  $AOD$ .
3. Ако су  $a, x, y$  реални бројеви такви да је  $2ax + 3y \neq 0$  и  $y > 1$ , доказати да важи

$$\frac{2a^2x^2 + axy - 3y^2}{2ax + 3y} + \frac{3axy + 3y^2 - ax - y}{1 - 3y} + \frac{1 - 6y + 9y^2}{3y - 1} > 0.$$

4. Дат је једнакокраки троугао  $ABC$  коме је унутрашњи угао у темену  $A$  туп. Нека је  $D$  тачка на његовој основици таква да је  $\sphericalangle BAD = 90^\circ$  и  $E$  тачка на страници  $AC$  таква да важи  $AE = AD$ . Израчунати угао  $EDC$ .
5. Четири темена датог правилног осмоугла треба обојити плавом, а преостала четири црвеном бојом. Два бојења сматрамо еквивалентним ако постоји ротација равни тог осмоугла која свако његово теме преводи у теме обојено истом бојом (тј. слика једно бојење у друго). Колико има нееквивалентних бојења?

Време за рад 180 минута.