

Друштво математичара Србије  
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

24.02.2001.

Четврти разред – Б категорија

1. Ако су  $a, b, c$  решења једначине  $x^3 - x + 1 = 0$ , израчунати вредност израза  $a^8 + b^8 + c^8$ .

2. Решити систем једначина

$$\begin{aligned}x^2y + y + xy^2 + x &= 18xy \\x^4y^2 + y^2 + x^2y^4 + x^2 &= 208x^2y^2.\end{aligned}$$

3. Око купе висине  $h$  и полупречника основе  $r$  описују се купе са центрима основе у врху дате купе. Одредити висину оне од тих описаних купа која има најмању запремину.

4. Дати су скупови  $A = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 1| = |z - i|\}$  и  $B = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 5| = 2\}$ . Одредити минимум израза  $|z_1 - z_2|$  када је  $z_1 \in A$  и  $z_2 \in B$ .

5. Нека је  $S = \{r_1^4 + r_2^4 + \dots + r_{15}^4 \mid r_1, r_2, \dots, r_{15} \in \mathbb{Z}\}$ . Доказати да је скуп  $\mathbb{N} \setminus S$  бесконачан.

Време за рад 180 минута.