

Друштво математичара Србије
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

24.02.2001.

Четврти разред – А категорија

1. Ако је $1 < x < y < z$, доказати да је

$$\log_x(\log_x y) + \log_y(\log_y z) + \log_z(\log_z x) > 0.$$

2. Доказати да је могуће наћи 10000 десетоцифрених бројева дељивих са 7, тако да се сваки може добити од сваког другог заменом места цифара.
3. Дана је равна α , и тачке A и B ван ње које се налазе са исте стране те равни. Посматрајмо кружнице које садрже тачке A и B и додирују α . Одредити геометријско место додирних тачака свих таквих кружница са равни α .
4. Квадрат странице 1 изрезан је на k правоугаоника. Доказати да збир дужина краћих страница тих правоугаоника није мањи од 1.
5. Нека је $S = \{r_1^4 + r_2^4 + \dots + r_{15}^4 \mid r_1, r_2, \dots, r_{15} \in \mathbb{Z}\}$. Доказати да је скуп $\mathbb{N} \setminus S$ бесконачан.

Време за рад 180 минута.