

Друштво математичара Србије
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

24.02.2001.

Први разред – А категорија

1. Наћи све тројке (x, y, z) природних бројева за које важи

$$xyz + xy + xz + yz + x + y + z = 2000.$$

2. Одредити све природне бројеве n за које је $5^n + 7^n + 11^n = 6^n + 8^n + 9^n$.
3. У равни су дати једнакостранични троуглови ABC и PQR тако да се тачка R налази унутар дужи AB , а тачка S унутар дужи PQ , при чему се тачке A и P налазе са исте стране праве CR . Доказати да су праве AP и BQ паралелне.
4. Тачке A, B, C, D, E налазе се на истом кругу тако да су A и D са различитих страна праве BC , а B и E са различитих страна CD . Ако је $\sphericalangle ABC = \sphericalangle BCD = \sphericalangle CDE = 45^\circ$, доказати да је $AB^2 + CD^2 = BC^2 + DE^2$.
5. Четири темена датог правилног осмоугла треба обојити плавом, а преостала четири црвеном бојом. Два бојења сматрамо еквивалентним ако постоји ротација равни тог осмоугла која свако његово теме преводи у теме обојено истом бојом. Колико има нееквивалентних бојења?

Време за рад 180 минута.