

Друштво математичара Србије
РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
18.03.2000.

Први разред – Б категорија

- Одредити све функције $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ такве да је $f(1) = 1$ и $f(f(n) + n) = f(n)$ за свако $n \in \mathbb{N}$.
- Наћи све тројке целих бројева које задовољавају следеће две једначине:

$$\begin{aligned}x + y + z &= 0, \\x^3 + y^3 + z^3 &= -18.\end{aligned}$$

- Дат је четвороугао $ABCD$. Средишта страница AD и BC означена су са M и N , редом. Ако права BD полови дуж MN , доказати да полови и дијагоналу AC овог четвороугла.
- Наћи сва целобројна решења једначине

$$x^{2000} + px^{1999} + q = 0,$$

где су p и q непарни цели бројеви.

- Ако се у датом троуглу саберу по две висине, три тако добијена збира су у односу $27 : 32 : 35$. Одредити највећи угао овог троугла.

Време за рад 240 минута.