

Друштво математичара Србије
РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.03.2000.

Четврти разред – Б категорија

1. Дата је функција f која свакој тачки неке равни додељује по један реалан број. Познато је да је збир вредности ове функције у теменима ма ког правилног многоугла те равни једнак нули. Доказати да функција f има вредност 0 у свакој тачки.

2. Наћи све природне бројеве x и y за које важи

$$x^3 - y^3 = xy + 25.$$

3. Дате су функције

$$f(x) = \operatorname{arctg} x^2 \quad \text{и} \quad g(x) = \operatorname{arctg}(x\sqrt{2} - 1) - \operatorname{arctg}(x\sqrt{2} + 1) \quad (x \in \mathbb{R}).$$

Доказати да је разлика ових функција константа и одредити ту константу.

4. У квадратној табlici $n \times n$ уписани су бројеви $1, 2, \dots, n^2$, редом (у првој врсти, редом: $1, 2, \dots, n$; у другој: $n + 1, n + 2, \dots, 2n$; ... у последњој: $n^2 - n + 1, n^2 - n + 2, \dots, n^2$). Изабрано је n од ових бројева тако да никоја два нису у истој врсти или у истој колони таблице. Доказати да сума изабраних бројева не зависи од њиховог избора и одредити ту суму.
5. У равни су дате две различите тачке A и B . Одредити геометријско место тачака M у тој равни за које важи:

$$AM \cdot BM \cdot \cos \sphericalangle AMB = \frac{3}{4} AB^2.$$

Време за рад 240 минута.