

Друштво математичара Србије
РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

18.03.2000.

Други разред – Б категорија

1. Решити систем једначина:

$$\begin{cases} 2x_1^4 = x_2^2(1 + x_1^4) \\ 2x_2^4 = x_3^2(1 + x_2^4) \\ \vdots \\ 2x_n^4 = x_1^2(1 + x_n^4) \end{cases}$$

(x_1, \dots, x_n) су реални бројеви).

2. Решити једначину

$$4x^2 - 40[x] + 51 = 0,$$

где је са $[x]$ означен највећи цео број који није већи од x .

3. На вертикалном торњу висине H налази се антена висине h ($h > H$). Колико далеко од подножја торња мора да стане посматрач да би торањ и антену видео под једнаким угловима?

4. Ако је n природан број већи од 1 и $x = \frac{1+n^2}{2n}$, доказати да је вредност израза

$$\left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)$$

цео број.

5. Доказати једнакост:

$$\left(\sqrt[5]{\frac{1}{5}} + \sqrt[5]{\frac{4}{5}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(1 + \sqrt[5]{2} + \sqrt[5]{8} \right)^{\frac{1}{5}}.$$

Време за рад 240 минута.