

Друштво математичара Србије
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
19.02.2000.

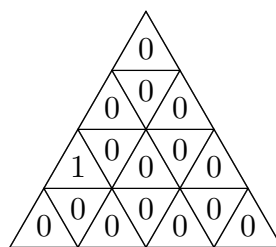
Други разред – А категорија

1. У целим бројевима решити једначину: $7a + 14b = 5a^2 + 5ab + 5b^2$.
2. Решити једначину $\cos^5 x - \sin^5 x = 1$.
3. Нека су M и N средишта страница AD и BC правоугаоника $ABCD$, редом. Ако је P тачка на продужетку странице CD иза тачке D , а Q је пресек правих PM и AC , доказати да је $\sphericalangle QNM = \sphericalangle MNP$.
4. Нека су a , b и c странице троугла ABC . Доказати да важи неједнакост

$$\frac{abc}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \leq 2Rr\sqrt{3},$$

где су R и r редом полупречници описаног и уписаног круга овог троугла.

5. Једнакостранични троугао странице 4 подељен је на 16 малих једнако-страничних троуглова странице 1 и у сваки је уписан по један број као што је приказано на слици. Дозвољено је истовремено додати 1 или одузети 1 вредностима уписаним у троуглове који су у “траци” између две “суседне” праве паралелне некој од страница троугла (тима се мења вредност у 1, 3, 5 или 7 малих троуглова). Да ли се применом коначно много оваквих операција може постићи да у свим малим троугловима буде уписан исти број?



Време за рад 180 минута.