

Друштво математичара Србије

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Чачак, 20.03.1999.

Први разред – Б категорија

1. Дат је конвексан шестоугао  $ABCDEF$ . Свака од дијагонала  $AD$  и  $BE$  дели шестоугао на два дела једнаких површина. Доказати да је четвороугао  $BDEA$  трапез.
2. Доказати да не постоји полином  $P(x)$  са целобројним коефицијентима за који је  $P(a) = b$ ,  $P(b) = c$  и  $P(c) = a$ , где су  $a, b, c$  три различита цела броја.
3. Ако су  $a, b, c$  дужине страница троугла, доказати да је израз

$$(b^2 + c^2 - a^2)^2 - 4b^2c^2$$

негативан.

4. Да ли постоје природни бројеви  $m$  и  $n$  такви да су и  $m^2 + n$  и  $n^2 + m$  квадрати целих бројева? (Одговор образложити!)
5. Ако је  $ad - bc = 1$ , доказати да је  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ab + cd \neq 1$ .

Време за рад 240 минута.