**Друштво математичара Србије**

**РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ**

**Чачак, 20.03.1999.**

**Четврти разред – Б категорија**

**1.** Наћи све полиноме $P$ такве да за сваки реалан број $x$ важи

$$P(x^2+1) = P(x)^2 + 1 \quad \text{и} \quad P(0) = 0.$$

**2.** Доказати да за $x > 0$ важи: $\operatorname{arctg} x < x - \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^5}{5}$ .

**3.** Дат је низ комплексних бројева $a_1, a_2, \ldots, a_{3^k}$ који су сви решења једначине $x^3 = 1$. Од датог низа се у сваком кораку формира нови низ $a_1a_2, a_2a_3, \ldots, a_{3^k}a_1$. Доказати да се после неколико корака овим поступком добија полазни низ.

**4.** Колико решења у интервалу $[0, 1]$ има једначина

$$8x(2x^2-1)(8x^4-8x^2+1) = 1?$$

**5.** Одредити све вредности параметра $a \in \mathbb{R}$ за које су једначине

$$a(2a-1)\sin^3 x + 3\cos^3 x - 2a^2 \sin x = 0$$

и

$$\log_{\frac{1}{2}}(3\operatorname{tg} x - 1) - \log_2(3\operatorname{tg} x + 1) - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(5 - \operatorname{tg} x) = 1$$

еквивалентне.

Време за рад 240 минута.