

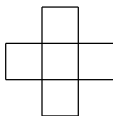
Друштво математичара Србије

РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Чачак, 20.03.1999.

Четврти разред – А категорија

1. Нека је  $ABC$  троугао са одговарајућим дужинама страница  $a, b, c$ . Доказати да у простору постоји тачка  $D$  таква да је  $DA = \sqrt{bc}$ ,  $DB = \sqrt{ca}$  и  $DC = \sqrt{ab}$ .
2. Нека  $S(n)$  означава збир свих природних делилаца природног броја  $n$  (укључујући 1 и  $n$ ). Нека је  $n_1, n_2, n_3, \dots$  строго растући бесконачан низ природних бројева такав да је  $S(n_i) - n_i = t$  за свако  $i \in \mathbb{N}$ . Одредити  $t$ .
3. Дат је низ комплексних бројева  $a_1, a_2, \dots, a_{3^k}$  који су сви решења једначине  $x^3 = 1$ . Од датог низа се у сваком кораку формира нови низ  $a_1 a_2, a_2 a_3, \dots, a_{3^k} a_1$ . Доказати да се после неколико корака овим поступком добија полазни низ.
4. У равни је задато  $n$  вертикалних и  $n$  хоризонталних правих које се секу у  $n^2$  тачака. Праве су обојене плавом, црвеном или зеленом бојом. Нека је пресек две плаве праве плава тачка, две црвене праве црвена тачка, две зелене праве зелена тачка, пресек плаве и црвене праве зелена тачка, црвене и зелене праве плава тачка, а зелене и плаве праве црвена тачка. На тај начин је добијено  $n^2$  обојених тачака. Колико различитих бојења  $n^2$  тачака добијамо различитим избором бојења правих?
5. Колико се највише једнакокраких крстића површине 5 може изрезати из табле  $6 \times 6$ ?



Време за рад 240 минута.