

Друштво математичара Србије  
РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Чачак, 20.03.1999.

Други разред – Б категорија

1. Ако су  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  висине оштроуглог троугла  $ABC$ , а  $A_2, B_2, C_2$  редом тачке у којима праве  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  секу круг описан око троугла  $ABC$ , доказати да је

$$\frac{AA_2}{AA_1} + \frac{BB_2}{BB_1} + \frac{CC_2}{CC_1} = 4.$$

2. Нека су  $a \geq b \geq c > 0$  реални бројеви такви да је  $\sqrt{3a(b-c)} - \sqrt{c(a-b)} = 0$ . Ако су  $x, y, z, p$  реални бројеви, одредити ком од скупова  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  или  $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$  припада вредност израза

$$f(x, y, z, p) = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}p - i\sqrt{3}\right) \left(-\frac{x}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}z - iy\right) + \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) (2 + ip) \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2}y - iz\right) + \frac{\sqrt{3}}{3} \left(\frac{y}{2} - ix\right)\right].$$

3. Решити неједначину

$$2 \cdot 125^x - 3 \cdot 50^x - 9 \cdot 20^x + 10 \cdot 8^x \leq 0.$$

4. Да ли је број

$$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{10} - \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1}$$

рационалан или ирационалан? (Образложити одговор!)

5. Наћи сва решења једначине

$$x^4 - x^3 - 10x^2 + 2x + 4 = 0.$$

Време за рад 240 минута.