

Друштво математичара Србије
РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Чачак, 20.03.1999.

Трећи разред – Б категорија

1. Одредити странице неправоуглог троугла чија је површина цео број, а дужине његових страница су три узастопна најмања могућа парна броја.
2. Дана је права купа полупречника основе R и висине $H = 2R$. Одредити полупречник основе и висину правог ваљка уписаног у ту купу који има највећу површину омотача.
3. Наћи геометријско место тачака симетричних жижи параболе $y^2 = px$ у односу на све тангенте параболе.
4. Доказати да природан број чији је збир цифара једнак 5 не може бити потпун квадрат.
5. Одредити све вредности параметра $a \in \mathbb{R}$ за које су једначине

$$a(2a - 1) \sin^3 x + 3 \cos^3 x - 2a^2 \sin x = 0$$

и

$$\log_{\frac{1}{2}}(3 \operatorname{tg} x - 1) - \log_2(3 \operatorname{tg} x + 1) - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(5 - \operatorname{tg} x) = 1$$

еквивалентне.

Време за рад 240 минута.