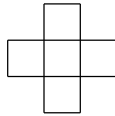


Друштво математичара Србије
РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Чачак, 20.03.1999.

Трећи разред – А категорија

1. У тетраедру $ABCD$, ивица AC је нормална на BC , а AD на BD . Доказати да је косинус угла између правих AC и BD мањи од $\frac{CD}{AB}$.
2. Нека су z_1, z_2 комплексни бројеви који задовољавају услове $|z_1 - z_2| = 2$ и $z_1 \cdot z_2 = 1$. Доказати да је четвороугао $ABCD$ чија темена имају комплексне координате $-1, z_1, 1, z_2$ једнакокраки трапез.
3. Колико се највише једнакокраких крстића површине 5 може изрезати из табле 6×6 ?



4. У равни је задато n вертикалних и n хоризонталних правих које се секу у n^2 тачака. Праве су обојене плавом, црвеном или зеленом бојом. Нека је пресек две плаве праве плава тачка, две црвене праве црвена тачка, две зелене праве зелена тачка, пресек плаве и црвене праве зелена тачка, црвене и зелене праве плава тачка, а зелене и плаве праве црвена тачка. На тај начин је добијено n^2 обојених тачака. Колико различитих бојења n^2 тачака добијамо различитим избором бојења правих?
5. Одредити све вредности параметра $a \in \mathbb{R}$ за које су једначине

$$a(2a - 1) \sin^3 x + 3 \cos^3 x - 2a^2 \sin x = 0$$

и

$$\log_{\frac{1}{2}}(3 \operatorname{tg} x - 1) - \log_2(3 \operatorname{tg} x + 1) - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(5 - \operatorname{tg} x) = 1$$

еквивалентне.

Време за рад 240 минута.