

Друштво математичара Србије  
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

20.02.1999.

Први разред – Б категорија

1. Ако је  $n$  природан број већи од 2, доказати да је број

$$\frac{n^{12} - 128n^6 + 4096}{(n^3 - 4n^2 + 8n - 8)^2}$$

потпун квадрат природног броја.

2. Дат је полином

$$P(x) = x^{2000} - 2000x^{1999} + 2000x^{1998} - \dots + 2000x^2 - 2000x + 2000.$$

Израчунати  $P(1999)$ .

3. Нека су тачке  $K$  и  $L$  редом средишта страница  $CD$  и  $AD$  квадрата  $ABCD$ , а  $S$  пресечна тачка дужи  $BK$  и  $CL$ .

- (а) Доказати да је четвороугао  $ABSL$  тетиван.  
(б) Докаати да је троугао  $ASB$  једнакокрак.

4. Дат је скуп  $A$ . Међу његовим подскуповима дефинишемо релацију  $\sim$ :

$$X, Y \subset A, X \sim Y \Leftrightarrow X \cap Y = \emptyset.$$

Испитати да ли је релација  $\sim$  рефлексивна, симетрична, антисиметрична или транзитивна.

5. Наћи све просте бројеве  $p$  такве да су и бројеви  $4p^2 + 1$  и  $6p^2 + 1$  прости.

Време за рад 180 минута.