

Друштво математичара Србије
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

20.02.1999.

Четврти разред – Б категорија

1. Решити неједначину:

$$1 \leq |\cos x|^{\sqrt{2x-3} \cdot \log_{|\cos x|} \left(\frac{1+2\sqrt{3}|\sin x|}{8(1-2\cos^2 x)} \right)}.$$

2. Нека је $k > 1$ и n паран природан број. Решити неједначину по x :

$$\log_3 x - 2k \log_{3^2} x + 3k^2 \log_{3^3} x - \cdots + n(-k)^{n-1} \log_{3^n} x > \frac{1 - (-k)^n}{1 + k} \log_3(x^2 - 2).$$

3. Нека је P полином четвртог степена такав да је $P(1) = P(-1)$ и $P(2) = P(-2)$. Доказати да је тада $P : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ парна функција, тј. да важи $P(x) = P(-x)$ за свако $x \in \mathbb{R}$.

4. Наћи све аритметичке прогресије са разликом $d = 2$ код којих односи $S_{5n} : S_n$ збира првих $5n$ и првих n сабирака не зависе од n .

5. У сферу полупречника 3cm уписана је купа максималне запремине. Наћи висину и полупречник основе купе.

Време за рад 180 минута.