

Друштво математичара Србије
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

20.02.1999.

Четврти разред – А категорија

1. Решити неједначину:

$$1 \leq |\cos x|^{\sqrt{2x-3} \cdot \log_{|\cos x|} \left(\frac{1+2\sqrt{3}|\sin x|}{8(1-2\cos^2 x)} \right)}.$$

2. Реални полином P четвртог степена има двоструку нулу $x = 1$, а полином $Q(x) = P(x) + 1$ има двоструку нулу $x = -1$. Одредити полином P ако је $Q(0) = -2$.
3. За сваки природан број k постоји природан број n такав да је $n \cdot 2^k + 17$ потпун квадрат. Доказати.
4. На правој је изабрано 1001 различитих тачака $A_1, A_2, \dots, A_{1001}$. Нека је M скуп средишта свих дужи $A_i A_j$, $1 \leq i < j \leq 1001$. Колико најмање тачака може да буде у скупу M ?
5. Дат је троугао ABC са страницама $a > b > c$ и произвољна тачка O у унутрашњости тог троугла. Нека праве AO , BO , CO секу странице троугла ABC у тачкама P , Q и R . Доказати да је $OP + OQ + OR < a$.

Време за рад 180 минута.