

Друштво математичара Србије  
ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

20.02.1999.

Други разред – А категорија

1. Решити једначину:

$$8\sqrt{12 + 16x - 16x^2} + 4x - 4x^2 = 33.$$

2. Нека су  $a, b, c \in \mathbb{R}$  бројеви за које важи  $\frac{a}{3} + \frac{b}{2} + c = 0$ . Доказати да једначина  $ax^2 + bx + c = 0$  има бар једно решење у интервалу  $(0, 1)$ .

3. Нека је  $ABCD$  правоугаоник површине  $S$  и  $M$  тачка унутар њега. Доказати да је  $S \leq AM \cdot CM + BM \cdot DM$ .

4. Да ли постоје  $x, y, z, t \in \mathbb{Q}$  такви да важи

$$(x + y\sqrt{2})^2 + (z + t\sqrt{2})^2 = 5 + 4\sqrt{2}?$$

5. На такмичењу се срело 7 ученика. Сваки од њих говори највише два језика. Доказати да међу њима постоје три тако да сва тројица говоре истим језиком или да никоја два од њих не говоре заједничким језиком.

Време за рад 180 минута.