

Министарство просвете Републике Србије  
Друштво математичара Србије  
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

10. фебруар 2024.

Други разред - А категорија

1. Наћи најмању вредност израза  $|202^a - 4^b|$ , где су  $a$  и  $b$  произвољни природни бројеви.

2. Одредити све парове целих бројева  $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  за које важи

$$(a^2 + b)(a + b^2) = (a - b)^3.$$

3. У тангентном петоуглу  $ABCDE$  важе следеће једнакости:

$$\sphericalangle BAC = \sphericalangle EBD = \sphericalangle DAE \quad \text{и} \quad \sphericalangle ABE = \sphericalangle CAD = \sphericalangle CBD.$$

Да ли петоугао  $ABCDE$  мора бити правилан?

4. Одредити све парове природних бројева  $(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ ,  $x > y$ , такве да је

$$[x^2 + xy, xy - y^2] + [x - y, xy] = 2^{2023},$$

при чему  $[a, b]$  означава најмањи заједнички садржалац природних бројева  $a$  и  $b$ .

5. Одредити све природне бројеве  $n$  за које постоји  $n$  градова који су повезани путевима (пут је двосмерна веза између два различита града, чији су крајеви та два града), таквим да за свако  $i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , постоји град са тачно  $i$  путева којима је један од крајева управо тај град (између било која два града може постојати и више од једног пута).

Време за рад 180 минута.  
Сваки задатак вреди 20 поена.  
Решења задатака детаљно образложити.