

Министарство просвете Републике Србије  
Друштво математичара Србије  
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
5. фебруар 2023.

Четврти разред - Б категорија

1. У четвороуглу  $ABCD$  важи да  $AB \parallel CD$ . Доказати да важи

$$\frac{PA}{PB} = \left( \frac{PD}{PC} \right)^2,$$

где је  $P$  тачка на страници  $AB$  таква да је  $\angle DAB = \angle DPC = \angle CBA$ .

2. Нека је  $a$  највећа вредност функције  $y = \sin(\sin x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , а  $b$  однос најдуже странице и пречника описане кружнице око троугла чије су странице дужина 7, 8 и 13. Шта је веће  $a$  или  $b$ ?

3. Ако је  $\log 2 = a$  и  $\log 3 = b$ , одредити  $\log_5 216$  у функцији од  $a$  и  $b$  ( $\log x = \log_{10} x$ ,  $x > 0$ ).

4. Наћи максималан број елемената скупа  $\{1, 2, \dots, 23\}$  које можемо изабрати тако да међу изабранима не постоје нека три, рецимо  $a$ ,  $b$  и  $c$ ,  $a \neq b$ , тако да  $a - b \mid c$ .

5. На колико начина на класичну шаховску таблу можемо на различита поља распоредити белог и црног краља тако да се не нападају?

Време за рад 180 минута.  
Сваки задатак вреди 20 поена.  
Решења задатака детаљно образложити.