

Министарство просвете Републике Србије  
Друштво математичара Србије  
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

5. фебруар 2023.

Други разред - Б категорија

1. Назовимо реалан број  $d$  добрим ако је за сваки реалан број  $x$  испуњено


$$\frac{2x^2 - 14x + 27}{x^2 - 7x + 13} \leq d.$$

- (а) Доказати да је број 8 добар.  
(б) Наћи све добре бројеве.

2. У зависности од реалног параметра  $a$  дискутовати колико решења има једначина

$$\left| |x^2 + 7x + 6| - (x^2 + 7x + 10) \right| = a.$$

3. Дат је троугао  $ABC$ . Нека су  $K_a, K_b$  и  $K_c$  квадрати конструисани у спољасности троугла  $ABC$  над странама  $BC, CA$  и  $AB$ , редом. Кружнице описане око квадрата  $K_b$  и  $K_c$  се секу у тачкама  $A$  и  $L$ . Доказати да права  $AL$  садржи пресек дијагонала квадрата  $K_a$ .

4. На колико начина можемо да упишемо бројеве  $1, 2, \dots, 8$  у поља фигуре са слике , тако да је сваки од бројева уписан у тачно једно поље фигуре и да, ако је број записан испод неког броја, онда је он већи од тог броја изнад њега, као и да број који је записан десно од неког броја мора бити мањи од броја који је непосредно лево од њега?

5. Да ли постоје природни бројеви  $a, b$  и  $c$  такви да је вредност израза  $(a+b)(b+c)(c+a)$  једнака:

- (а)  $2023^{2024}$ ;  
(б)  $2024^{2023}$ ?

Време за рад 180 минута.  
Сваки задатак вреди 20 поена.  
Решења задатака детаљно образложити.