

Министарство просвете Републике Србије
Друштво математичара Србије
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

5. фебруар 2023.

Трећи разред - Б категорија

1. Поређати бројеве $a = \sin 2023^\circ$, $b = \sin 4046^\circ$, $c = \cos 2023^\circ$ и $d = \cos 4046^\circ$ по величини, тј. од најмањег ка највећем.

2. У скупу реалних бројева решити неједначину

$$\begin{vmatrix} 2023 & x+3 & 1+x \\ 4046 & 3x+6 & 4+x \\ 6069 & x+7 & 5+6x \end{vmatrix} \leq 0.$$

3. Дат је разнострани тангентни четвороугао $ABCD$ у коме је $AB = 2$ и $BC = 4$. Ако је унутрашњи угао у темену B тог четвороугла оштар и ако су дужине дијагонале AC и страница CD и DA три узастопна природна броја, не обавезно тим редом, одредити $\angle CAD$.

4. Наћи максималан број елемената скупа $\{1, 2, \dots, 13\}$ које можемо изабрати тако да међу изабранима не постоје нека три, рецимо a , b и c , $a \neq b$, тако да $a - b \mid c$.

5. У групи од 2023 ученика сваки од њих или увек говори истину или увек лаже. Познато је да сваки ученик зна којој категорији припада он сам, а којој припадају остали ученици, као и да се свих 2023 ученика могу, један иза другог, распоредити у ред тако да свако, осим првог у реду, може да саопшти: "Ја сам иза лажова." Колико таквих редова, од 2023 ученика, је у том случају могуће направити?

Време за рад 180 минута.

Сваки задатак вреди 20 поена.

Решења задатака детаљно образложити.