

Министарство просвете Републике Србије
Друштво математичара Србије
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

5. фебруар 2023.

Други разред - А категорија

1. Наћи сва реална решења једначине $x = 506 - (506 - x^2)^2$.
2. Одредити све могуће вредности реалног параметра a , ако се зна да за свако $x \in \mathbb{R}$ постоји барем један $y \in \mathbb{R}$ са својством да је $ax^2 + y^2 + 4xy + 2x + 2y = 0$.
3. Колико има природних бројева који у декадном запису имају 2023 цифре, при чему се, приликом брисања произвољне његове цифре, увек добија број дељив са 7?
4. Добрица и Милица желе да посете 2202 парка и у сваком од њих засаде изванредан број дрвећа. У сваком парку се на почетку налази по X дрвећа. План је да сваки од паркова обоје посете тачно једанпут. У k -том дану свако од њих ће ујутру обићи тачно један од паркова, не нужно исти, и у њему засадити тачно k дрвећа. Међутим, сваке вечери локални хулигани у сваком парку, у којем постоји барем једно дрво, секу по једно дрво. Због своје безбедности, Добрица и Милица не желе да иду у паркове у којима у тренутку доласка неког од њих нема нити једно дрво. Одредити минималну вредност за X , такву да Добрица и Милица могу да посете све паркове и посаде сво дрвеће као што желе, упркос ометањима хулигана.
5. Нека је тачка I средиште уписане кружнице троугла ABC . Означимо са D тачку пресека симетрале унутрашњег угла у темену A и стране BC тог троугла. Ако важи $BD = 3$, $CD = 4$ и $AD = 6$, наћи дужину дужи AI .

Време за рад 180 минута.
Сваки задатак вреди 20 поена.
Решења задатака детаљно образложити.