

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

05.02.2022.

Четврти разред – Б категорија

1. Први члан аритметичког низа је 24. Одредити 2022. члан тог низа, ако први, пети и једанаести члан истог низа представљају три узастопна члана геометријског низа.

2. Ако је

$$42! = 1405006ab7752879898543142606244511569936384000000000,$$

одредити непознате цифре a и b .

3. Одредити све $a \in \mathbb{R}$, такве да су сви корени полинома

$$p(x) = x^6 - 16x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 36$$

природни бројеви.

4. У зависности од $a \in \mathbb{R}$ решити систем

$$\begin{aligned} a \sin^2 x + \sin^2 y + \sin^2 z &= 1, \\ \cos^2 x + a \cos^2 y + \cos^2 z &= 2, \\ \cos 2x + \cos 2y + a \cos 2z &= -2a^2 + a + 2. \end{aligned}$$

5. Петоугао $ABCDE$ уписан је у круг. Ако је $AB = CD = 1$, $BC = DE = \sqrt{2}$ и $\sphericalangle ACE = 30^\circ$, одредити дужину дужи EA .

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.