

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

05.02.2022.

Трећи разред – Б категорија

1. Ако су a, b, c реални бројеви, тако да је $a + b + c = 0$ и $a^4 + b^4 + c^4 = 50$, одредити $ab + bc + ca$.
2. Одредити сва реална решења једначине $2^{2^x} - 3 \cdot 2^{2^{x-1}+1} + 8 = 0$.
3. Стране коцке, чија је страница дужине 2022, су обојене црвеном бојом. Након тога је коцка разрезана на коцке чије су странице дужине 2, а необојене стране добијених коцки су обојене белом бојом. Одредити однос површина обојених црвеном и белом бојом.
4. У троуглу ABC угао код темена A једнак је 90° , а угао код темена C једнак је 70° . Нека је P тачка дужи AB , таква да је $\sphericalangle ACP = 30^\circ$, а Q тачка дужи AC таква да је $\sphericalangle CPQ = 20^\circ$. Доказати да је права BQ симетрала угла код темена B троугла ABC .
5. Одредити све целе бројеве n такве да је број $(n + 1)(n + 2021)(n + 2022) + 4041$ прост.

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.