

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

05.02.2022.

Први разред – А категорија

1. На правој AB изабрано је 2021 тачака, тако да ниједна од њих не припада дужи AB . Доказати да збир растојања тих тачака од тачке A не може бити једнак збиру растојања тих тачака од тачке B .

2. У скупу реалних бројева решити једначину

$$\frac{|x+y|}{1+|x+y|} = \frac{|x|}{1+|x|} + \frac{|y|}{1+|y|}.$$

3. Одредити све просте бројеве p и q , такве да је $(p^3 + 1)^q$ квадрат природног броја.

4. Нека су $f(x)$ и $g(x)$ линеарне функције такве да график функције $f(g(x))$ садржи тачку $(2021, 2022)$, график функције $g(f(x))$ садржи тачку $(2022, 2021)$ и важи $f(g(x)) - g(f(x)) = 2$ за свако $x \in \mathbb{R}$. Одредити $f(2021) - g(2022)$.

5. У $\triangle ABC$ је $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$, r полупречник, а S центар уписаног круга. Нека су D и E пресеци симетрала унутрашњих углова код темена A и B , редом, са правом која садржи средишта страница BC и CA тог троугла. Одредити површину троугла SDE .

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.