

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

6. фебруар 2021.

Први разред – Б категорија

1. Постоји ли природан број n такав да је $n! = 100^{100}$?
2. Дат је правоугли трапез $ABCD$, при чему су $\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90^\circ$ и $AB \parallel CD$, такав да је $BC = AB + CD$. Нека је E тачка на правој AB таква да је A између E и B и $EA = 4CD$. Доказати да је $\sphericalangle EDB = 90^\circ$.
3. На колико начина се може распоредити 6 плавих и 7 зелених куглица у низ тако да никоје две плаве куглице нису суседне? (Куглице исте боје се не разликују.)
4. Ако су A и B произвољни скупови, доказати да је
$$A \setminus (B \setminus (A \setminus (B \setminus A))) = A \Delta (B \Delta (A \Delta (B \Delta A))).$$
(Са $X \Delta Y$ означена је симетрична разлика скупова X и Y , тј. $X \Delta Y = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$.)
5. Наћи све троцифрене бројеве x (који не почињу нулом) са следећим особинама:
 - (i) ако се броју x дода његова цифра јединица, добија се број дељив са 7;
 - (ii) ако се броју x дода његова цифра десетица, добија се број дељив са 11;
 - (iii) ако се броју x дода његова цифра стотина, добија се број дељив са 13.

Време за рад: 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.
Сваки задатак вреди 20 бодова.