

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

6. фебруар 2021.

Трећи разред – Б категорија

1. Наћи све парне четвороцифрене бројеве чији је производ цифара једнак 250.

2. Решити у скупу реалних бројева једначину

$$\log_{1+\sin x}(2 + \cos x) + \log_{2+\cos x}(1 + \sin x) = 2.$$

3. Доказати да за сваки позитиван број x важи неједнакост

$$x^7 + x + 2 \geq 4x^2.$$

4. У доњем левом угаоном пољу A квадратне таблице 5×5 налази се жаба. Она треба у тачно три скока да стигне до горњег десног угаоног поља B . Жаба при томе не може да скаче у месту, нити може директно да скочи са поља A на поље B .

(а) На колико начина жаба може испунити циљ?

(б) На колико начина жаба може испунити циљ, уз додатно ограничење да ни у једном скоку жаба не сме да скочи лево од своје тренутне колоне, нити испод своје тренутне врсте?

5. Дат је троугао ABC са страницама $BC = 26$, $CA = 20$ и $AB = 21$. Уписани круг k_1 троугла ABC додирује страницу AB у тачки D . Круг k_2 , различит од k_1 , додирује полуправе CA и CB и додирује дуж AB у тачки E . Израчунати дужину дужи DE .

Време за рад: 180 минута.

Решења задатака детаљно образложити.

Сваки задатак вреди 20 бодова.