

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

18. јануар 2020.

Четврти разред – Б категорија

1. Ако котангенси углова неког троугла чине аритметички низ, доказати да онда квадрати страница тог троугла такође чине аритметички низ.

2. Доказати да за природне бројеве a и b важи

$$\text{НЗД}(a, b) + \text{НЗС}(a, b) = a + b$$

ако и само ако је један од бројева a и b дељив другим.

3. Постоји ли полином са целим коефицијентима чија је једна нула $x_1 = \sqrt{2018} + \sqrt{2019}$?

4. Наћи сва решења једначине

$$P(x) = 2x^3 - (5 + 6i)x^2 + 9ix + 1 - 3i = 0,$$

ако је познато да је бар једно њено решење реално.

5. Пред Марком су три гомиле са 21, 45 и 33 колачића. Он на њима врши измене једног од следећа два типа, једну по једну:

(1°) одабере гомилу са парним бројем колачића (ако таква постоји) и подели је на два једнака дела, или

(2°) споји две гомиле у једну.

Ако Марко успе да направи гомилу са само једним колачићем, сме да га поједе. Може ли он икада појести колачић?

Време за рад: 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.
Сваки задатак вреди 20 бодова.