

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

18. јануар 2020.

Четврти разред – А категорија

1. На страницама  $AB$  и  $AC$  једнакокраког троугла  $ABC$  ( $AB = AC$ ) одабране су редом тачке  $D$  и  $E$  тако да важи  $AD = BC = CE$  и притом је троугао  $ADE$  једнакокрак. Одредити све могуће вредности  $\sphericalangle BAC$ .

2. Таблицу  $n \times 3$  потребно је попунити целим бројевима који нису сви нула тако да је сваки број једнак збиру суседних бројева умањеном за збир дијагонално-суседних бројева. Наћи све природне бројеве  $n$  за које је ово могуће.

Два поља су суседна ако имају заједничку страну, а дијагонално-суседна ако имају тачно једно заједничко теме.

3. На средишње поље шаховске табле  $(2n + 1) \times (2n + 1)$  стављена је дама. У сваком потезу дама мора да се приближи ивици (тј. растојање од центра поља на којем је дама до центра најближег ивичног поља строго опада са сваким потезом). На колико начина дама може да стигне до ивице табле?

(У једном потезу дама се помера хоризонтално, вертикално или дијагонално за произвољан број поља.)

4. Постоје ли природни бројеви  $a, b, c$  и  $d$  такви да важи

$$a^2 + b^2 = 5cd \quad \text{и} \quad c^2 + d^2 = 5ab?$$

5. Бесконачан низ природних бројева  $a_1, a_2, \dots$  је такав да су сви бројеви

$$\frac{a_1}{a_2}, \quad \frac{a_1 + a_2}{a_3}, \quad \frac{a_1 + a_2 + a_3}{a_4}, \quad \dots$$

цели и непарни. Доказати да је сваки број у низу, почев од неког, тачно двапут већи од претходног.

Време за рад: 180 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.  
Сваки задатак вреди 20 бодова.