

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

18. јануар 2020.

Трећи разред – А категорија

1. Решити неједначину

$$\frac{6 - 3^{x+1}}{x} > \frac{10}{2x - 1}.$$

2. Ако су p и q прости бројеви већи од 2, доказати да је

$$\left[\frac{p^q + q^p}{pq} \right]$$

паран број.

3. На кружности k су дате тачке A и B . Тангенте на кружницу у тачкама A и B секу се у тачки P . Нека је M средиште дужи AB . Кружница γ кроз тачке M и P сече кружницу k у тачкама C и D и поново сече дуж AB у тачки N . Доказати да се тангенте на кружницу k у тачкама C и D секу на дужи NP .
4. Одредити све парове природних бројева (a, b) , при чему је $1 < a < b$, за које постоји скуп од b природних бројева са особином да је производ сваких a бројева међу њима дељив збиром тих a бројева.
5. Квадрат странице $2n$ је подељен на јединичне квадрате. Колико највише дијагонала јединичних квадрата је могуће нацртати тако да никоје две дијагонале немају заједничку тачку (чак ни теме)?

Време за рад: 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.
Сваки задатак вреди 20 бодова.