

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

18. јануар 2020.

Други разред – А категорија

1. Квадар чије су ивице из једног темена међусобно различити природни бројеви сачињен је од белог материјала, обојен споља црвеном бојом, а затим изрезан на јединичне коцке. Познато је да је барем једна коцка кроз бела и да има више коцки са две црвене стране него са једном црвеном страном. Наћи димензије квадра.
2. Тачка M је средиште странице CD паралелограма $ABCD$, а тачке E и F редом подножја висина из темена A и B у троуглу ABM . Доказати да је $DE = CF$.
3. У Неправедној Краљевини Патуљака патуљци сваке године морају да чекају ред пред шалтером у Министарству Бесмислене Бирографије како би предали своје капе на годишњу инспекцију. Међутим, кад год се на крају реда појави плавокапи патуљак, он ће се безобзирно угурати у ред испред свих зеленокапих патуљака. Притом ће изазвати и инцидент у коме ће патуљак испред ког је стао бити ухапшен. Ухапшени патуљак остаје без могућности да тог дана преда своју капу.
На крају дана, током којег су у Министарство дошла 4 плавокапа и 4 зеленокапа патуљка, радник на шалтеру прави распоред свих предатих капа по редоследу предаје. Од доласка првог патуљка до одласка последњег ред ни у једном тренутку није био празан. Колико има различитих могућих распореда капа?
Капе истих боја сматрају се идентичним. Бити први у реду не значи нужно и моменталну услугу на шалтеру.
4. Природни бројеви a и b су такви да је $a + 101b$ дељиво са 103, а $a + 103b$ дељиво са 101. Колико најмање може бити $51a + b$?
5. Претпоставимо да је $A \subseteq \{0, 1, \dots, 9\}$ скуп такав да се сваки природан број може представити у облику збира два ненегативна цела броја сачињена од цифара из скупа A . Колико најмање елемената може имати скуп A ?

Време за рад: 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.
Сваки задатак вреди 20 бодова.