

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

18. јануар 2020.

Први разред – А категорија

1. Дате су три различите тачке A , B и C на правој ℓ и тачка O ван праве ℓ . Симетрале дужи OA , OB и OC образују троугао EFG . Доказати да тачке O , E , F и G леже на истој кружници.
2. Змија полази из горњег левог поља таблице $2 \times n$, где је n природан број. Змија из једног поља може прећи у друго ако та два поља имају заједничку ивицу, али не сме посетити ниједно поље двапут. На колико начина змија може обићи сва поља таблице?
3. Наћи све троелементне скупове A који имају следећа два својства:
 - (i) Скуп A има бар два заједничка елемента са својим партитивним скупом $\mathcal{P}(A)$;
 - (ii) $3 \in A$.(Подразумева се да ниједан скуп није елемент самог себе, нити елемент свог елемента.)
4. Нека је $m > 1$ природан број. Доказати да не постоји низ од 2^m узастопних природних бројева који сви имају тачно по m простих фактора, рачунајући и вишеструкост.
(На пример, број $8000 = 2^6 \cdot 5^3$ има $6 + 3 = 9$ простих фактора.)
5. Да ли је могуће поделити квадрат на конвексне петоуглове?

Време за рад: 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.
Сваки задатак вреди 20 бодова.