

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

19. јануар 2019.

Други разред – Б категорија

1. Доказати да је број

$$2013 \cdot 2015 \cdot 2017 \cdot 2019 + 16$$

потпун квадрат.

2. Одредити све вредности реалног параметра  $k$  такве да важи:

$$(\forall x \in \mathbb{R})(kx^2 - 4kx + k^2 + 2k - 3 > 0).$$

3. Два дрвета висине 5 и 10 метара су на једнаком растојању од бандере са уличном расветом. Ова два дрвета праве сенке дужине 5 и 15 метара. Колико је висока бандера?

4. Одредити све вредности реалног параметра  $a$  за које систем једначина

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= 12; \\ x^2 + y^2 &= 2(a + 1)\end{aligned}$$

има тачно два решења.

5. У популарној игри „Миноговац“ на неким пољима табле  $a \times b$  ( $a, b \in \mathbb{N}$ ) налазе се мине, а на сваком преосталом пољу је уписан број њему суседних поља на којима су мине (под суседним пољима подразумевамо поља која имају бар једно заједничко теме). Испитати да ли постоје бројеви  $a$  и  $b$  и распоред мина на табли  $a \times b$  такви да тачно 2019 поља немају мину и да је на свима њима уписан број:

- a) 8;
- b) 7;
- c) 6.

Време за рад 180 минута.  
Решења задатака детаљно образложити.