

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

19. јануар 2019.

Трећи разред – Б категорија

1. Наћи све целе бројеве n за које важи $0 \leq n \leq 90$ и

$$\sin 80^\circ + \sin 50^\circ - \sin 20^\circ = \sqrt{2} \sin n^\circ.$$

2. На краку AD трапеца $ABCD$ изабрана је тачка M . Доказати да друга заједничка тачка N кружница описаних око $\triangle ABM$ и $\triangle CDM$ припада краку BC .

3. Нека су a и b природни бројеви за које важи $\text{НЗД}(a, b) = 10$ и $\text{НЗД}(a, b + 2) = 12$. Израчунати

$$\text{НЗД}(a, 2b) + \text{НЗД}(a, 3b).$$

4. За правоугаоним столом је постављено осам столица, четири с једне стране и четири наспрам њих с друге стране. На колико начина је могуће распоредити осморо пријатеља за овим столом, а да притом Ана и Бане седе једно наспрам другог, а Весна и Горан једно поред другог? (Познато је да сви пријатељи имају међусобно различита имена.)

5. Нека су a , b и c позитивни реални бројеви, $a, b, c \neq 1$. Ако важи

$$\log_a 2018 + \log_c 2018 = 2 \log_b 2018,$$

доказати:

a) $\log_a 2019 + \log_c 2019 = 2 \log_b 2019$;

b) $a^2 = (ac)^{\log_c b}$.

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.