

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

19. јануар 2019.

Четврти разред – Б категорија

1. Колико има бројева са бар четири цифре који су дељиви са 9 и могу се саставити од цифара 1, 9, 0, 1, 2, 0, 1, 9 (сваку цифру смемо користити онолико пута колико пута је наведена)?

2. Одредити све вредности реалног параметра m за које једначина

$$(m + 1)x^2 - 3mx + 4m = 0$$

има два различита реална решења која су притом оба већа од -1 .

3. Четвороугао $ABCD$ је истовремено и тетиван и тангентан, и притом за његове странице важи $AB - CD = BC - AD$. Доказати да је дијагонала BD пречник кружнице описане око четвороугла $ABCD$.

4. Одредити све вредности реалног параметра a за које једначина

$$x^3 - 3ax^2 + (2a^2 + 5)x - 2a^2 + 3 = 0$$

има 3 реална решења која чине аритметичку прогресију.

5. Означимо број цифара броја n у декадном запису са $\text{brc}(n)$. Показати:

$$\text{brc}(1) + \text{brc}(2) + \dots + \text{brc}(\underbrace{99 \dots 99}_{2019 \text{ пута}}) = 2019 \cdot \underbrace{99 \dots 99}_{2019 \text{ пута}} - \underbrace{11 \dots 11}_{2019 \text{ пута}} + 2019.$$

Време за рад 180 минута.
Решења задатака детаљно образложити.